

EJERCICIOS DE NÚMEROS REALES

1.- Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o reales:

$$1. -3 \quad 2,7 \quad \frac{3}{7} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{7} \quad \sqrt[3]{9} \quad 1,02002000200002\dots$$

$$2. -\frac{3}{2} \quad \frac{2}{3} \quad 1,5 \quad \sqrt[3]{8} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt[3]{2} \quad 2,13133133313333\dots$$

$$3. \frac{23}{13} \quad \frac{8}{4} \quad -9 \quad \sqrt{15} \quad \sqrt[3]{5} \quad 2,3 \quad 2,838383\dots$$

$$4. 5,\widehat{7} \quad -2,35 \quad \frac{3}{8} \quad -4 \quad \frac{14}{7} \quad \sqrt[4]{3} \quad \sqrt{8}$$

$$5. 2,87 \quad -15 \quad \sqrt{16} \quad \sqrt[3]{2} \quad 2,333\dots \quad -\frac{1}{3} \quad \frac{10}{5}$$

2.- Efectúa las siguientes operaciones. Da el resultado en notación científica redondeando a cuatro cifras significativas, a lo sumo:

$$a) \frac{(4,16 \cdot 10^{-5} + 3,84 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,4 \cdot 10^6)}{5,843 \cdot 10^{-11}}$$

$$c) \frac{(42,4 \cdot 10^{14} - 375,6 \cdot 10^{13}) \cdot (2 \cdot 10^{-6} - 7,5 \cdot 10^{-7})}{9,38 \cdot 10^6}$$

$$d) [(15,84 \cdot 10^3) - (321 \cdot 10^2)] : [8,3 \cdot 10^{-5} - 1,2 \cdot 10^{-4}]$$

$$f) \frac{4,63 \cdot 10^{-4} + 3,654 \cdot 10^{-4} - 400 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-20}}$$

3.- Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4.500.000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros. ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros por término medio? Exprésalo en kilómetros.

4.- Una vacuna tiene 100.000.000 bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una?

5.- Expresa en forma de intervalo y en forma gráfica los siguientes conjuntos:

$$1. \{x \mid 2 \leq x \leq 6\} \quad 2. \{x \mid -5 < x \leq 2\} \quad 3. \{x \mid x \leq 3\}$$

$$4. \{x \mid x > -2\} \quad 5. \{x \mid -4 \leq x < 3\}$$

6.-Escribe con la simbología adecuada los siguientes intervalos de números reales:

- a) Todos los números negativos
- b) Los números negativos mayores que -7.
- c) Los números negativos no mayores que -7.
- d) los números comprendidos entre 1 y 7, ambos incluidos.

RADICALES

1.- Extrae las siguientes raíces:

$$\sqrt[3]{\frac{-27}{64}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{729}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{-8}{125}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{b^6}{216}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{-1}{27b^6}} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{-32}{b^{10}}} =$$

$$\sqrt{4x^6y^{12}} =$$

2.- Escribe como potencias los siguientes radicales:

$$\sqrt{y^3}\sqrt{y} =$$

$$\frac{3a\sqrt{b^3}}{2\sqrt[3]{b^2}} =$$

$$2x^2\sqrt[5]{y^2} =$$

$$4\sqrt[3]{(x+y)^2} =$$

3.- Escribe con radicales las potencias fraccionarias:

$$2x^{\frac{1}{3}} =$$

$$(3ab^2)^{\frac{1}{3}} =$$

$$4(x-y)^{\frac{2}{3}} =$$

$$\frac{3x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{1}{3}}}{4y^{\frac{4}{3}}} =$$

4.- Realiza las siguientes operaciones y pon el resultado en forma de radical:

$$5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}} =$$

$$2^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{4}} =$$

$$\left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$35^{\frac{3}{2}} : 7^{\frac{3}{2}} =$$

5.- Extrae los factores posibles:

$$\sqrt{216b^4} =$$

$$\sqrt{1024b^5} =$$

$$\sqrt{36b^3x^{12}} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}b^3} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{32}b} =$$

$$\sqrt{\frac{18b^6}{75b^3}} =$$

$$\sqrt[3]{8b^6c^5} =$$

$$\sqrt[3]{125b^4x^7} =$$

6.- Introduce los factores en el radical y simplifica:

$$2x\sqrt{x} \quad 3mx^2\sqrt{\frac{1}{3}mx} \quad \frac{4x}{3}\sqrt{\frac{9}{4}xy} \quad \frac{3}{8}\sqrt{\frac{2}{27}x}$$

$$3\sqrt[3]{3} \quad \frac{2}{3}\sqrt[3]{9} \quad \frac{2a}{3}\sqrt[3]{\frac{9a}{16}} \quad (x-y)^2\sqrt[3]{5} =$$

7.- Racionaliza:

$$\frac{3}{\sqrt{9a}} = \quad \frac{2}{\sqrt{27}} = \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2x^3}} = \quad \sqrt{\frac{2}{5}} =$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{2}} = \quad \frac{4}{\sqrt[3]{4x^2y^3z}} = \quad \sqrt[3]{\frac{3x}{2y^2z}} = \quad \sqrt[4]{\frac{2}{ab^2}} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{x+y}} = \quad \frac{3}{\sqrt{x+\sqrt{y}}} = \quad \frac{5}{\sqrt[3]{(2+x)^2}} = \quad \sqrt{\frac{1}{x-y}} =$$

$$\frac{a}{a+\sqrt{b}} = \quad \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \quad \frac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$$

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} = \quad \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \quad \frac{a}{\sqrt[3]{a^3}} = \quad \frac{2}{\sqrt[3]{2^3}} =$$

8.- Efectuar las siguientes sumas:

$$a) 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} =$$

$$b) 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} =$$

$$g) 5\sqrt{\frac{9}{2}} - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{\frac{25}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} =$$

$$h) 7\sqrt{\frac{4}{3}} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{\frac{16}{3}} - \sqrt{27} =$$

$$i) 3\sqrt{\frac{1}{5}} + 7\sqrt{\frac{4}{5}} - 2\sqrt{5} + \sqrt{20} =$$

$$j) 3\sqrt{6} - 4\sqrt{\frac{25}{6}} + 3\sqrt{\frac{27}{2}} + \sqrt{\frac{32}{3}} =$$

$$k) 7\sqrt{\frac{32}{5}} - 2\sqrt{10} + \frac{1}{4}\sqrt{40} =$$

$$l) 2\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + 4\sqrt{48} - 5\sqrt{300} + 9\sqrt{972} =$$

$$o) 2\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{250}$$

$$v) 3\sqrt{x} - \sqrt{4x} + 2\sqrt{36x} - 5\sqrt{x - \frac{9x}{25}}$$

$$c) \sqrt{4a-8b} - \sqrt{9a-18b} + 2\sqrt{16a-32b}$$

9. – Efectúa las siguientes operaciones:

$$f) \frac{(4\sqrt{6} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})}{2(10 - \sqrt{2})} =$$

$$k) a\sqrt{a}\sqrt[3]{a}\sqrt[4]{a} = \quad p) \sqrt{xy} \cdot (\sqrt[3]{2x} - \sqrt[3]{2y}) = \quad r) (\sqrt{a} - \sqrt[3]{b^2}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt[3]{b^2}) =$$

$$s) \sqrt[3]{x-y} \cdot \sqrt{x-y} \cdot \sqrt[3]{27x-27y} =$$

$$w) \sqrt[3]{(x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x-1}} =$$

10.- Escribe las siguientes expresiones bajo un solo radical y simplifica los resultados:

$$i) \sqrt{\sqrt{8}} = \quad b) \sqrt{2\sqrt{2}} = \quad c) \sqrt[3]{\sqrt{32}} = \quad d) \sqrt{2^4\sqrt{3^3\sqrt{4}}} = \quad e) \sqrt[3]{3^3\sqrt{\frac{1}{9}}} =$$

11.- Efectúa las operaciones y simplifica:

$$1. \sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$2. \frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}}$$

$$3. \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7}$$

$$4. \sqrt[5]{2^3} : \sqrt{2}$$

$$5. \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$6. \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5}}$$

$$7. \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3^4}$$

$$8. \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

$$9. \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$$

$$10. \sqrt[4]{x^5} : \sqrt{x}$$

Calcula el cociente y el resto de $A(x) : B(x)$ efectuando luego la prueba de la división en los siguientes casos:

$$V.59. \begin{cases} A(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x + 4 \\ B(x) = x^2 - 2x + 2 \end{cases}$$

$$V.60. \begin{cases} A(x) = 3x^4 - 2x^2 + 6x - 10 \\ B(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 2 \end{cases}$$

$$V.61. \begin{cases} A(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 7 \\ B(x) = x^3 - x^2 + x - 1 \end{cases}$$

Haz las siguientes divisiones por la Regla de Ruffini:

$$V.69. (3x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 8x - 9) : (x + 1)$$

$$V.70. (x^5 - 6x^2 + x - 3) : (x + 3)$$

$$V.71. (-2x^5 + 6x - 7) : (x - 1)$$

En las divisiones siguientes, calcula sólo el resto sin hacer la división. (Aplica el Teorema del Resto).

$$V.81. (3x^5 - 6x^4 + 7x^3 - x + 5) : (x + 2)$$

$$V.82. (-3x^3 + 5x^2 - x + 2) : (x + 4)$$

$$V.83. (3x^4 - 20x^3 + 2x^2 - 7x + 21) : (x + 3)$$

$$V.84. \text{ Halla } a \text{ para que el resto de la división } (4x^4 - 6x^2 + ax - 1) : (x - 3), \text{ sea } 293.$$

$$V.85. \text{ Halla } a \text{ para que el resto de la división } (x^4 + ax^3 + 2x^2 - 12) : (x + 3), \text{ sea } 87.$$

$$V.86. \text{ Halla } a \text{ para que el resto de la división } (x^4 - 3x^2 + ax - 5) : (x + 2), \text{ sea } 25.$$

$$V.87. \text{ Halla } a \text{ para que el polinomio } P(x) = x^4 - 5x^3 + ax^2 + 4x - 2 \text{ sea divisible por } (x - 1).$$

$$V.88. \text{ Halla } a \text{ para que el polinomio } P(x) = 2x^5 - 3x^2 + ax + 9 \text{ sea divisible por } (x + 1).$$

Saca los factores comunes que haya en las expresiones siguientes:

$$V.101. \begin{array}{l} \text{a) } 4x^2 - 2x \\ \text{b) } x^2 + 6x^3 \end{array}$$

$$V.102. \begin{array}{l} \text{a) } 3x - 6x^2 + 9x^3 \\ \text{b) } x^5 - x^2 \end{array}$$

Haz la descomposición en producto de factores de las expresiones siguientes:

$$V.111. \begin{array}{l} \text{a) } x^2 - 25 \\ \text{b) } 4 - x^2 \end{array}$$

$$V.112. \begin{array}{l} \text{a) } 5x^2 - 125 \\ \text{b) } 2x^2 - 32 \end{array}$$

$$V.113. \begin{array}{l} \text{a) } 3x - 27x^3 \\ \text{b) } 6x^5 - 216x^3 \end{array}$$

CALCULA LAS RAÍCES Y HAZ LA DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DE:

V.121. $P(x) = x^3 - 9x^2 + 26x - 24.$

V.122. $P(x) = x^4 - 6x^3 - 4x^2 + 54x - 45.$

V.123. $P(x) = x^4 + x^3 - 22x^2 - 16x + 96.$

V.124. $P(x) = x^4 + x^3 - 29x^2 - 9x + 180.$

V.125. $P(x) = x^5 - 11x^4 + 29x^3 + 59x^2 - 342x + 360.$

Mediante la descomposición en factores, calcula el m.c.d. y el m.c.m. de polinomios en los siguientes casos:

V.136. $\begin{cases} A(x) = x^2 - 1 \\ B(x) = x^3 - x \end{cases}$

V.137. $\begin{cases} A(x) = x^2 - 4x + 4 \\ B(x) = x^2 - 2x \end{cases}$

V.138. $\begin{cases} A(x) = 4x + 4 \\ B(x) = 2x^2 + 4x + 2 \end{cases}$

V.139. $\begin{cases} A(x) = x^4 - 1 \\ B(x) = x^3 + x \end{cases}$

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

V.144. a) $\frac{x+2}{x^2-4}$; b) $\frac{x^2+4}{x^4-16}$

V.145. a) $\frac{x^5-x^3}{x^4-x^3}$; b) $\frac{x^4+x^3}{x^4-x^2}$

V.146. a) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-8x+15}$; b) $\frac{3x^2+27}{5x^2+45}$

V.147. a) $\frac{x^2-6x+8}{x^2-3x+2}$; b) $\frac{5x^3-125x}{x^3-7x^2+10x}$

Efectúa las operaciones siguientes:

V.159. $\frac{3x-8}{x+1} - \frac{7x-4}{x+1} + \frac{x^2+6x+5}{x+1}$

V.160. $\frac{4x-5}{7x+5} - \frac{2x-8}{7x+5} - \frac{3+2x}{7x+5}$

V.163. $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1}$

V.164. $\frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x-1}{x+1}$

V.165. $\frac{1-x}{x-2} + \frac{2x^2-5x+4}{x^2-2x}$

V.166. $\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$

V.167. $\frac{3x-2}{x^2-4} + \frac{7x-1}{x+2}$

V.168. $\frac{x^2+1}{x^3-x} - \frac{1}{x+1}$

V.169. $\frac{3}{x} - \frac{x}{x^2-1} - \frac{2}{x+1}$

V.170. $\frac{1}{x+2} - \frac{x}{x-2} - \frac{1-x}{x+2}$

V.174. $\frac{(x-5)^2}{x^2-16} \cdot \frac{(x-4)^2}{x^2-10x+25}$

V.175. $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9} \cdot \frac{2x^2-6x}{3x+9}$

V.176. $\frac{x^2-3x+2}{x-1} \cdot \frac{x+2}{x^2-5x+6}$

V.180. $\frac{2x}{x^2-6x+5} : \frac{x}{x-5}$

V.181. $\frac{x^2}{x^2-36} : \frac{x}{x^2+12x+36}$

ECUACIONES Y SISTEMAS

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $\frac{3x-1}{2} - \frac{1-2x}{3} = 10$

2) $6x^2(x+1) = x^3 - x$

3) $\frac{(x-2)^2}{6} - \frac{2+x}{3} = 0$

4) $\frac{4}{x} + \frac{x-5}{x+3} = 1$

5) $3\sqrt{1-3x} = 1-5x$

6) $(x^2-1)^2 + (x^2+1)^2 = 4x^2 + 8$

7) $\frac{2x-4}{x+1} = \frac{4}{5}$

8) $\frac{x^2-3}{4} + \frac{(x-3)^2}{2} = 5-3x$

9) $x^2(x^2-7) = 18$

10) $2x^4 + 3x^3 - x = 0$

11) $2x - \sqrt{2x-1} = 1$

12) $\frac{15}{x-2} - \frac{18}{x+2} = \frac{12x+6}{2x^2-8}$

13) $\sqrt{x+1} + 1 = x - 4$

14) $\frac{5x^4-1}{(1+x^2)^2} = 1$

15) $\frac{2x-6}{3x-8} = \frac{2x-5}{3x-7}$

$$16) \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} = \frac{1}{2}$$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

$$1) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{3} = y - 1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3(x-1) = 2(6-y) \\ x - \frac{y}{4} = 5 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

Resuelve los siguientes **problemas**:

- 1.- Halla dos números naturales sabiendo que su producto es 60 y la suma de sus cuadrados es 136.
- 2.- La suma de las edades de dos hermanos es 29 años y dentro de 8 años la edad de uno será doble que la del otro. ¿Cuántos años tiene cada uno en la actualidad?
- 3.- He invertido 10.000 euros en dos tipos de acciones que han producido un beneficio del 5 % y del 7'2 % respectivamente. Así el beneficio total ha sido 676 euros. ¿Cuánto tenía invertido en cada tipo de acción?
- 4.- En una clase hay 35 personas. Han aprobado las Matemáticas el 80 % de las chicas y el 60 % de los chicos pero han aprobado igual número de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?
- 5.- La suma de las dos cifras de un número es 12 y la tercera parte del número es 5 veces la cifra de las unidades. ¿ De qué número se trata?
- 6.- Se hace una aleación de oro con dos lingotes: uno de 80 % de pureza y otro de 60 % de pureza. Se obtienen 2 kg. de aleación con una pureza del 75 %. ¿Cuánto pesaba cada uno de los lingotes?
- 7.- Halla un número cuyo cuadrado más su triplo sea igual a 40.
- 8.- Determinar k de modo que las dos soluciones de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales.
- 9.- Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean: 3 y -2.